Lösungsvorschlag zu Grundaufgaben zur ln-Funktion

Nr		BE
5.1	$f(x) = \ln(\ln x)$ $D_f:\ x > 0 \ \wedge\ \ln x > 0 \iff x > 0 \ \wedge\ x > 1 \ :\quad D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\} =]1;\infty[$ NSt.: $\ln(\ln x) = 0 \iff \ln x = 1 \iff x = e$ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \ln(\ln x) = \ln\left(„+0"\right) = -\infty \implies x = 1$ ist vertikale Asymptote von G_f $\lim\limits_{x\to\infty} \ln(\ln x) = \ln\left(„+\infty"\right) = +\infty$	
5.2	$f'(x) = \dfrac{1}{x \cdot \ln x}$ $f''(x) = \dfrac{-\left(\ln x + x \cdot \frac{1}{x}\right)}{x^2 \cdot (\ln x)^2} = \dfrac{-\left(\ln(x) + 1\right)}{x^2 \cdot (\ln x)^2}$	
5.3	**Monotonie:** $f'(x) > 0$ in $D_f \implies f$ streng monoton zunehmend in D_f keine Extrempunkte vorhanden, da D_f keine Randstellen besitzt	
5.4	**Krümmung:** $f''(x) = 0:\quad \ln x = -1 \iff x = e^{-1} = \frac{1}{e} \notin D_f$ $\implies$ keine Wendestellen vorhanden $x > 1 \implies \ln x > 0 \implies -(\ln(x)+1) < 0$, Nenner von f'' positiv in D_f $\implies f''(x) < 0$ in $D_f \implies G_f$ rechtsgekrümmt in D_f	
5.5